# 物理学　　PHYSICS

1. 図 1-1 に示すように，水平に固定された滑らかな薄い板の上に質点 A（質量 $m$）があり，質量の無視できる細い糸（長さ $L$）に接続されている．この糸は点 O にある小さな穴を通って板の下側に続いており，終端が質点 B（質量 $m$）に接続されている．質点 A は角速度 $\omega_A$ で半径 $r_A$ の等速円運動をしており，質点 B は底面の半径が $r_B$ の円錐振り子として角速度 $\omega_B$ で水平面内を等速円運動している．このとき，糸の張力は $T$，点 O を通る鉛直な中心軸と円錐振り子の糸のなす角は $\theta$ である．なお，重力加速度を $g$ とし，空気抵抗および摩擦を無視できるものとする．また，糸の長さは変化せず，糸はねじれないものとする．以下の問いに答えよ．

(1) 質点 A の半径方向の力のつり合いの式および質点 B の水平方向と鉛直方向の力のつり合いの式をそれぞれ示せ．

(2) 板の上側と下側の糸の長さの比 $r_A/(L-r_A)$ が，$\omega_B{}^2/\omega_A{}^2$ となることを示せ．

(3) 図 1-2 に示すように，質点 B の回転運動を停止させると同時に，質点 B を糸から切り離し，角度 $\theta$ を保ったままゆっくりと糸の終端を引っ張った．質点 A の回転運動の半径が $r$（$\leq r_A$）のときの角速度を $\omega(r)$，糸を引く力を $F(r)$ とする．次の問いに答えよ．

(3-1) 質点 A の角速度 $\omega(r)$ と力 $F(r)$ を $r$，$m$，$r_A$，$\omega_A$ のうち必要なものを用いてそれぞれ表せ．

(3-2) 質点 A の円運動の半径 $r$ を $r_A$ から $r_A/2$ へと変化させたとき，質点 A の運動エネルギーの増加分と，力 $F(r)$ が質点 A にした仕事をそれぞれ求め，エネルギー保存則が成り立つことを示せ．

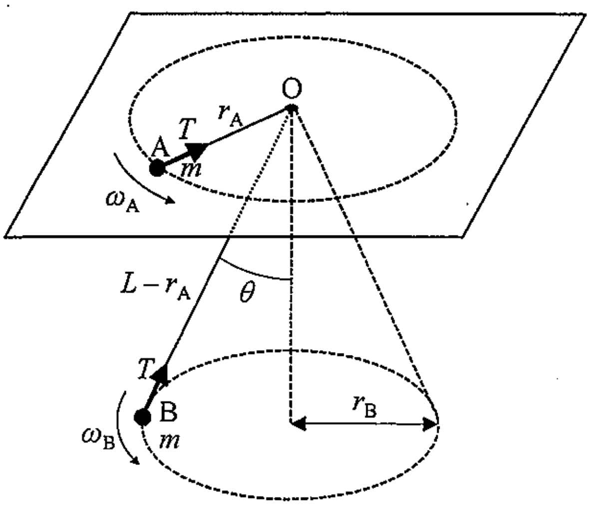


図 1-1

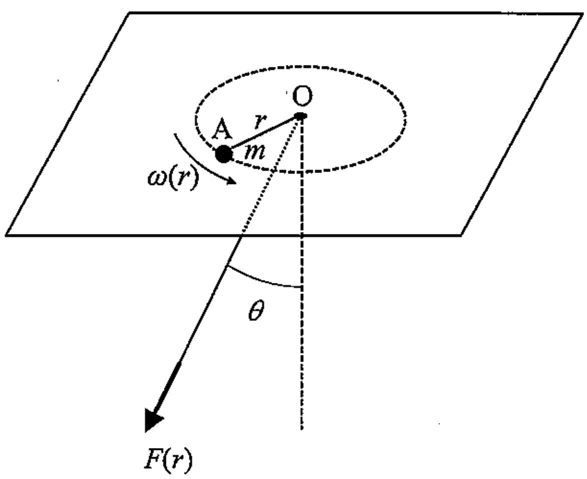


図 1-2

# 物理学　　PHYSICS

2. 理想気体中を $x$ 軸方向に伝わる音波に関する次の文章を読んで，以下の問いに答えよ．

連続体の運動量保存則と質量保存則は，それぞれ以下の式[2-1]，式[2-2]で表される．

運動量保存則：$\dfrac{\partial(\rho v)}{\partial t} = -\dfrac{\partial P}{\partial x}$　　[2-1]，　　質量保存則：$\dfrac{\partial \rho}{\partial t} = -\dfrac{\partial(\rho v)}{\partial x}$　　[2-2]

ここで$\rho$は密度，$P$ は圧力，$v$ は速度，$t$ は時刻を表す．理想気体を断熱的に膨張，収縮させるとき，圧力の微小変化 $\Delta P$ と密度の微小変化 $\Delta\rho$との間には，$\Delta P = (\gamma P_0/\rho_0)\Delta\rho$ （$\rho_0$，$P_0$，$\gamma$ は定数）の関係があるので，式[2-1]は，右辺を $\rho$ の $x$ 微分を用いて表すと（　ア　）と書くことができる．（　ア　）の両辺をさらに $x$ で微分すれば，$\rho$に関する以下の微分方程式が得られる．

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = （\ イ\ ）\frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} \qquad [2\text{-}3]$$

<u>$\rho = f(x-ut)$の形で表される密度変化はこの微分方程式を満たす．</u>このとき $u$ は進行波の速度（音速）であり，$\rho_0$，$P_0$，$\gamma$ を用いて（　ウ　）と表される．この音波の進路に，$x$ 軸に垂直で無限に広い壁を置いて音波を反射させるとき，壁面での気体粒子の変位はゼロであり，密度については勾配がゼロとなるので，壁面は密度波についての（　エ　）として振る舞う．

(1) （　ア　），（　イ　）に入る数式を答えよ．

(2) 下線部の記述が成り立つことを示し，（　ウ　）に入る数式を答えよ。

(3) （　エ　）に入る語句として「固定端」，「自由端」のどちらが適切か，答えよ．

(4) 以下の式で表される密度変化が，$x = -\infty$から伝播してきた．

$$\rho = \frac{1}{1+(x-ut)^2} \qquad [2\text{-}4]$$

$x=0$ の位置に $x$ 軸に垂直で無限に広い壁を置いて，この進行波を反射させるとき，密度分布は時刻 $t$ とともにどのように変化するか，時刻 $t = -1/u$，$0$，$1/u$ での密度分布の概略を $x$ の関数として図示して説明せよ．

(5) 振幅 $A$，角周波数 $\omega$ の調和波で表される密度変化が，$x = -\infty$から伝播してきた．これを $x = 0$ の位置に $x$ 軸に垂直で無限に広い壁を置いて反射させるとき，$x < 0$ の領域に定在波（定常波）が生じることを示せ．また，その波長と最大振幅をそれぞれ $A$，$\omega$，$\rho_0$，$P_0$，$\gamma$ のうち必要なものを用いて表せ．