

1. 以下の問いに答えよ.

(1) 次の関数を微分せよ.

$$y = (\tan^{-1} x)^x \quad (x > 0)$$

(2) 次の曲線の原点(0,0)から点(1, $2\sqrt{2}$)までの長さ L を求めよ.

$$y^2 = 8x$$

(3) 次の重積分を求めよ.

$$\iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{1+x^2+y^2}} \quad D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 4\}$$

2. 以下の問いに答えよ.

(1) 次の1階の常微分方程式の一般解を求めよ.

$$y' + y \tan x = \sin 2x$$

(2) 次の2階の常微分方程式の一般解を求めよ.

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = x^2 + 2$$

(3) 次の連立常微分方程式の一般解を求めよ.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} + 2x + \frac{dy}{dt} + y = t \\ 5x + \frac{dy}{dt} + 3y = e^t \end{cases}$$

3. 以下の問いに答えよ.

(1) 次の行列が直交行列となるように a, b, c, d, e の値を求めよ.

$$\begin{bmatrix} a & \frac{1}{\sqrt{2}} & b \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & c \\ d & e & \frac{1}{\sqrt{6}} \end{bmatrix} \quad (d > 0, e > 0)$$

(2) 次の連立一次方程式を解け. ただし, 拡大係数行列に掃き出し法を適用すること.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 12 \\ x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 = -6 \\ 6x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 1 \end{cases}$$

(3) 次の二次形式の標準形を求めよ.

$$x^2 + 5y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 6zx$$