

# 東北大学大学院環境科学研究科

## 秋季入学試験（令和7年8月26日～28日実施）出題意図

### エネルギー環境群 基礎科目

---

### 物 理 学

#### 大問 1

##### 出題意図

垂直に立てた棒がわずかな外乱で倒れ始める状況を題材に、摩擦の条件の違いによって運動の自由度や力の働き方がどのように変化するかを体系的に考える問題です。下端が滑らない条件では拘束が効いて回転運動のみが生じますが、滑り始めると重心の並進2成分と回転が組み合わさった運動となります。この切り替えを意識しながら、エネルギー保存則と重心・回転の運動方程式を適切に使い分けられるか、また、反力や摩擦力の役割を正しく理解しているかを確認することを目的としています。

##### 解答について

問(1)は、棒の下端が滑らない状況を「下端を支点とした回転運動」と正しくとらえているかを問うものです。問(1-1)は、下端まわりの慣性モーメントを導出できるかを確認する問題で、線密度を用いた積分でも、重心まわりから平行軸の定理で算出しても構いません。問(1-2)では、位置エネルギーの減少が回転エネルギーに変換されることに着目すれば、エネルギー保存則から角速度を求めることができます。問(1-3)では、重心が半径  $L/2$  の円軌道を描くことに基づき、その向心加速度を水平成分と鉛直成分に分解すれば摩擦力と垂直抗力を求められることを理解しているかがポイントとなります。

問(2)は、下端が滑り始めた瞬間に拘束が変化することを正しくとらえているかを確認する問題です。問(2-1)と(2-2)は、それぞれ重心に対する運動方程式と重心まわりの回転運動の方程式を立てることを通して、摩擦や垂直抗力がどのように作用するかについての理解を確認するもので、回答の符号が問題文で定義された軸方向と整合しているかにも注意が必要です。

問(3)は、単に「摩擦があるなら離れない」という直感にとどまらず、棒の浮き上がりを「垂直抗力がゼロとなる現象」として定義し、定量的に議論できるかを問うものです。問(1-3)で導いた垂直抗力の式に現れる角度依存性に着目すれば、垂直抗力は常に正であり、棒が床から離れることはない結論できます。また、前提となる問(1-3)での垂直抗力の解答に誤りがあったとしても、問(3)での議論の方向性が適切であれば評価対象としました。

#### 大問 2

##### 出題意図

前半は弾性体中の弾性波（縦波）に関する波動方程式を導出する問題です。ここでは、導入文に従って、フックの法則とニュートンの運動の第2法則から波動方程式を導出します。基本的な波動である弾性体中の縦波の波動方程式の理解度を確認しています。後半は、ある弾性体中の縦波が、異なる弾性体に入射するときの反射と透過の理解を問う問題です。入射

波、反射波、透過波の関係性と実現象への応用力を試す問題です。

解答について

問(1)では、まず弾性体中の縦波に関する波動方程式を導出する前提となる法則として、フックの法則とニュートンの運動の第2法則を導入します。(ア)は、微小部分Aの伸びをひずみの定義に当てはめ答えます。導入文にあるように微小部分Bの両側面に作用する力が、式[2-1]の左辺に示してありますので、運動量の時間変化率を(イ)に答えます。まずBの質量は、微小部分Aが同Bに変化しても質量保存則より求まります。さらに変位の時間微分から速度を求めると運動量が求まります。その変化率なので、さらに時間微分をとったものが正答です。

問(2)では、問(1)の解答を用いて波動方程式を導出します。式[2-1]の変動応力の微分を完成させることを意識して式[2-1]を変形します。そこにフックの法則を適用して変動応力を変位の空間微分に置き換え、変形すると波動方程式が導出されます。

問(3)で問う伝搬速度は、波動方程式の係数部分の平方根です。

問(4)は、ある弾性体中の縦波が異なる弾性体に入射し、反射・透過する際の挙動を題材とした発展問題です。ここでは弾性体1、弾性体2についてそれぞれ、任意の点での変位を合成波として求めます。導入として問題文中に各波の変位を表す関数は示しています。さらに境界条件である接続面での変位と応力は連続するという条件を立式して、連立方程式を解いていくと、問(4-1)で問うている入射波と透過波の振幅比が、両弾性体の密度およびヤング率で表されます。これは弾性インピーダンスとも言われる物理量です。問(4-2)では、透過波が生じないと見なせる条件を問われていますが、これは透過波の振幅が限りなく小さくなる時と見なせるので、問(4-1)で問うた入射波と透過波の振幅比が0に近づくときと考えられます。問(4-1)の関係性から、弾性体1と弾性体2の物性値の条件に落とし込めます。これは、弾性体2が極端に固く、密度が高い物質、もしくは弾性体1が極端に柔らかく、密度が低い物質である際を意味します。特に前者は物理的直感にも合うと思われれます。