

1. 質量  $m$ 、長さ  $L$  の太さの無視できる一様な剛体の棒が、水平な床の上に鉛直に立てられている。水平方向を  $x$  軸、鉛直方向を  $y$  軸とし、鉛直上向きを  $y$  軸の正方向とする。棒の上端に無視できるほどの微小な力を  $x$  軸の正方向へ加えた結果、図 1-1 のように棒が傾き始めた。棒と床がなす角度を  $\theta$  とする。棒はある角度まではその下端が床の上を滑らずに傾き、それ以降は下端が床の上を滑りながら傾いた。重力加速度を  $g$  とする。以下の問いに答えよ。

(1) 棒の下端が床の上を滑らずに傾く場合の運動について考える。棒の下端が床から受ける垂直抗力を  $N$  とし、次の問いに答えよ。

(1-1) 棒の下端まわりの慣性モーメントが  $\frac{1}{3}mL^2$  であることを示せ。

(1-2) 角度  $\theta$  における角速度  $\omega$  の大きさを求めよ。

(1-3) 角度  $\theta$  における  $N$ 、および床が棒の下端に与える摩擦力をそれぞれ示せ。

(2) 棒の下端が床の上を滑りながら傾く場合の運動について考える。このとき、棒の下端は床と常に接触しており、棒の下端は床から垂直抗力  $N$  を受けているものとする。棒の下端と床の間の動摩擦係数を  $\mu$  とし、次の問いに答えよ。

(2-1) 棒の重心の  $x$  軸方向および  $y$  軸方向の運動方程式をそれぞれ示せ。ただし、それぞれの方向の加速度を  $a_x$  および  $a_y$  とする。

(2-2) 棒の重心まわりの回転の運動方程式を示せ。ただし、棒の重心まわりの慣性モーメントは  $\frac{1}{12}mL^2$  とする。

(3) 棒の下端が床の上を滑りながら傾く場合には、棒の下端が床から離れる現象が観察されることがある。ただし、この現象は棒の下端が床の上を滑らない場合には生じない。棒の下端が床の上を滑らずに傾く場合に、棒の下端と床が常に接触しているのはなぜか。  $y$  軸方向の力のつり合いに注目して、定量的に説明せよ。

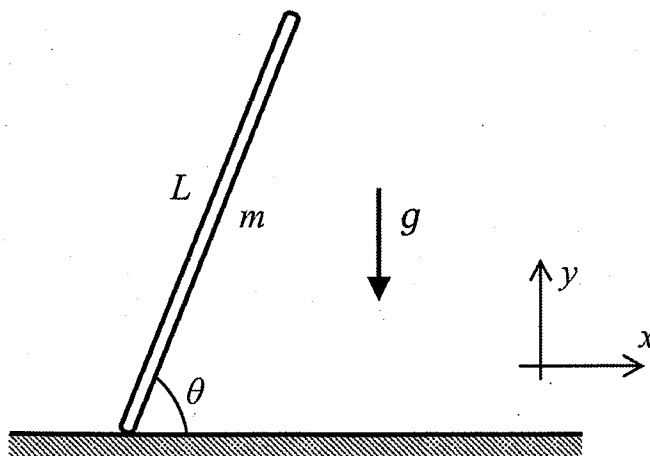


図 1-1

2. 弾性体の中を伝わる弾性波に関する次の文章を読んで以下の問いに答えよ。

図 2-1a に示すような、自然状態（波が来る前の静止した状態）における断面積が  $S$ 、密度が  $\rho_1$ 、ヤング率が  $E_1$  の無限に長い棒状の弾性体 1 がある。この弾性体 1 の長さ方向 ( $x$  軸正方向) に縦波が伝わるとする。ただし、重力の影響は無視でき、断面積  $S$  は常に一定である。この縦波による変動応力は、時刻を  $t$  とすると、 $\sigma(x, t)$  と表すことができる。この変動応力にともない、図 2-1a の自然状態の弾性体 1 における長さ  $\Delta x$  の微小部分 A は、図 2-1b のように  $x$  軸方向の変位  $u$  と、伸び  $\Delta u$  が生じて、微小部分 B となる。微小部分 B に生じるひずみ  $\epsilon$  は  $\Delta u$  を用いて (ア) と表される。一方、微小部分 B に関して、両側面に作用する力と運動量の時間変化率との関係は次式で表される。

$$S[\sigma(x+\Delta x, t) - \sigma(x, t)] = (\text{イ}) \quad [2-1]$$

この式とフックの法則から、この縦波の波動方程式を導出することができる。

- (1) (ア) および (イ) に入る適切な数式をそれぞれ答えよ。
- (2) この縦波の波動方程式を式[2-1]およびフックの法則を用いて導出せよ。
- (3) この縦波の伝搬速度を示せ。
- (4) 図 2-2 のように弾性体 1 に、弾性体 1 と同じ断面形状で断面積が  $S$ 、密度が  $\rho_2$ 、ヤング率が  $E_2$  の無限に長い棒状の弾性体 2 が  $x=0$  で真つ直ぐに接続されている。弾性体 1 に、 $x$  軸正方向に入射波が伝わっていくと、接続面で反射波と透過波が生じる。接続面で変位と応力は連続する。
  - (4-1) 入射波が  $a_1 \sin(k_1 x - \omega t)$ 、反射波が  $b_1 \sin(-k_1 x - \omega t)$ 、透過波が  $a_2 \sin(k_2 x - \omega t)$  と表されるとする。ここで、 $a_1, a_2, b_1$  は振幅、 $k_1, k_2$  は波数、 $\omega$  は角振動数である。入射波と透過波の振幅比  $a_2/a_1$  を密度およびヤング率を用いて表せ。
  - (4-2) 問(4-1)のとき、透過波が生じないと見なせる条件を説明せよ。

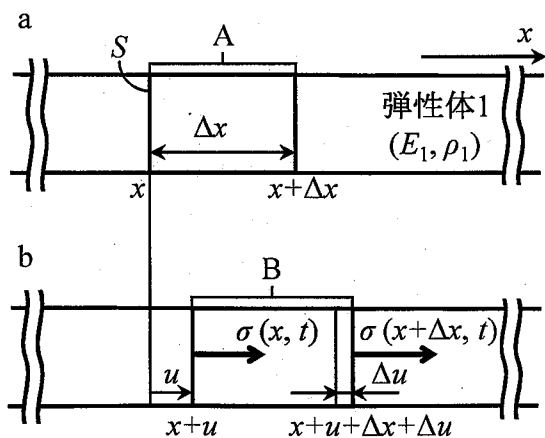


図 2-1

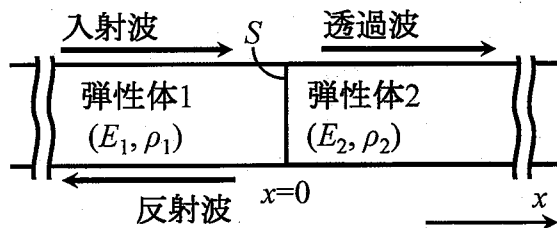


図 2-2