

1. 以下の問いに答えよ.

(1) 関数 $f(x) = e^{-x^2}$ について次の問いに答えよ.

(1-1) $f(x)$ の極値, 凹凸, 変曲点を調べて増減表を作成し, グラフの概形を描け.

(1-2) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$ を求めよ. ただし, 計算過程も明記すること.

(2) 関数 $f(x) = \tan x$ のマクローリン展開を x^3 の項まで示せ. それを用いて $\tan 0.5$ の近似値を求めよ. ただし, 近似値は小数第3位を四捨五入し, 小数第2位まで求めよ.

(3) 次の3重積分値を求めよ.

$$\iiint_D \frac{1}{(x+y+z+2)^3} dx dy dz \quad D: x+y+z \leq 2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$$

(4) 次の微分方程式を解け.

$$x^2 y'' + xy' + y = \log x$$

2. 以下の問いに答えよ.

(1) ベクトルに関する次の問いに答えよ. ただし, i, j, k を基本ベクトルとする.

(1-1) ベクトル $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + 6\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 4\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$ とするとき, 内積 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ を求めよ.
また, \mathbf{a} と \mathbf{b} のなす角 θ を求めよ.

(1-2) ベクトル $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ について式[2-1]を計算せよ.

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) + \mathbf{B} \times (\mathbf{C} \times \mathbf{A}) + \mathbf{C} \times (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \quad [2-1]$$

(1-3) 曲面 $x^2y + y^2z + z^2x = 1$ 上の点 $P(-2, 1, -1)$ において単位法線ベクトル \mathbf{n} を求めよ.

(2) 次の行列式の値を求めよ.

$$|A| = \begin{vmatrix} -3 & 2 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \\ 3 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -4 & 7 \end{vmatrix} \quad [2-2]$$

(3) 2次曲線の方程式に関する次の問いに答えよ.

$$x^2 + 2\sqrt{3}xy - y^2 - 4\sqrt{3}x + 4y - 12 = 0 \quad [2-3]$$

(3-1) 方程式[2-3]の2次形式部分 $x^2 + 2\sqrt{3}xy - y^2$ の標準形を求めよ.

(3-2) 方程式[2-3]の標準形を求めよ.

(3-3) 問(3-2)で求めた標準形はどのような曲線か説明せよ.

(3-4) 方程式[2-3]と問(3-2)で求めた標準形はどのような関係にあるか図示して説明せよ.