物理学　　PHYSICS

1. 図 1-1 に示すような，対称線形分子を模した，自然長とばね定数が等しい 2 本のばねで結ばれた 3 質点系を考える．両端の質点の質量をM，中央の質点の質量をm，ばね定数をkとする．図中の破線上での，この 3 質点系の直線運動を考える．各質点の変位を図 1-1 のように，それぞれ x_1，x_2，x_3とする．なお，時刻をtとし，空気の抵抗と重力の影響は無視できるものとする．以下の問いに答えよ．

(1)　この系の運動エネルギーおよび位置エネルギーを表せ．

(2)　この系のラグランジュ関数を求めよ．

(3)　x_1，x_2，x_3に対するこの系のラグランジュ運動方程式を示せ．

(4)　以下の文章中の空欄［A］~［E］に入る適切な数値または数式，空欄［a］に入る適切な語句を答えよ．

問(3)で求めたラグランジュ運動方程式から以下の式が得られる．

$$M\ddot{x}_1 + m\ddot{x}_2 + M\ddot{x}_3 = [\ \mathrm{A}\ ] \qquad [1\text{-}1]$$

これは，重心が［a］運動することを示している．また，問(3)の式は以下の形にも整理できる．

$$\ddot{x}_1 - \ddot{x}_3 = [\ \mathrm{B}\ ](x_1 - x_3) \qquad [1\text{-}2]$$

$$2\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1 - \ddot{x}_3 = [\ \mathrm{C}\ ](2x_2 - x_1 - x_3) \qquad [1\text{-}3]$$

ここから $x_1 - x_3$，$2x_2 - x_1 - x_3$ はそれぞれ振動数［D］，［E］で単振動しているとみなすことができる．

(5)　問(4)を参考に，この 3 質点系がどのような運動をするか，「重心」，「対称」，「振動数」のキーワードを使って説明せよ．

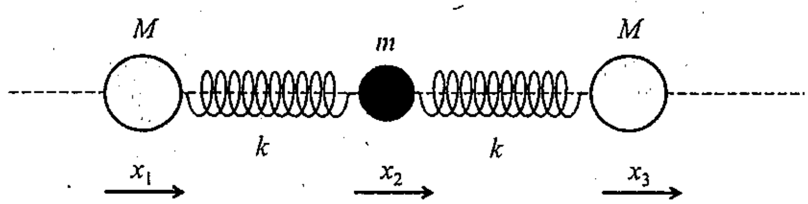

図 1-1

物理学　PHYSICS

2. 図 2-1 のように，半径 R の円柱を中心軸 O に沿って半分に切った質量 M の均質な半円柱がある．この半円柱を，曲面側を下にして水平面上に置いた．以下の問いに答えよ．ただし，重力加速度は g とし，空気の抵抗は無視できる．また，半円柱は水平面上を滑らずに運動し，エネルギーの損失はないものとする．

(1) 軸 O から半円柱の重心までの距離は，$\dfrac{4R}{3\pi}$ であることを示せ．

(2) 軸 O に平行で重心を通る軸周りの半円柱の慣性モーメントは，$\dfrac{MR^2}{2}-\dfrac{16MR^2}{9\pi^2}$ であることを示せ．

(3) 図 2-2 のように，水平面に対する半円柱の傾きを変数 θ で表す．$\theta=\alpha$ となるように傾けた後，静かに手を離したところ，半円柱は運動をはじめた．

(3-1) 運動の瞬間回転中心（半円柱と水平面の接線）の周りの，半円柱の慣性モーメントを M, R, θ を用いて表せ．

(3-2) 角速度 $\dot{\theta}$ を θ の関数として表せ．

(3-3) $|\theta|$ が十分に小さいとき，この運動は単振動となることを示せ．ただし，4 次以上の微小量は無視してよい．

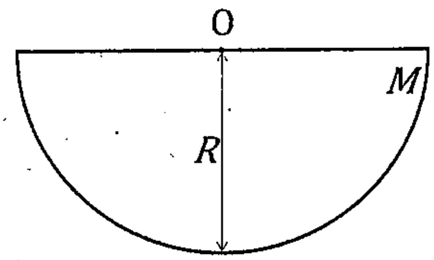

図 2-1

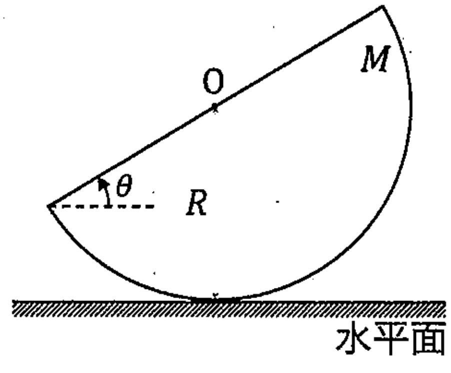

図 2-2