

1. 図1に示すように、質量 m の物体が、バネの復元力（バネ定数 k ）と、速度に比例する大きさの抵抗（比例定数 c ）を受けて運動している。バネの自然長の位置からの変位を x （右向きを正とする）とし、 $x = a_0$ ($a_0 > 0$) の位置から初速度 0 で物体を放した。空気の抵抗は無視できるとして、以下の問いに答えよ。

(1) 物体と床の間の摩擦が無視できる場合、以下の問いに答えよ。

(1-1) 物体の運動方程式を求め、その一般解を、時間を t として $x = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t}$ と書くとき、 λ_1, λ_2 を求めよ。

(1-2) 物体が減衰振動するとき、 c の条件を m, k を用いて示せ。

(2) 物体が床から受ける動摩擦力の大きさが F である場合、以下の問いに答えよ。ただし、静摩擦の影響は無視できるものとする。

(2-1) 物体がはじめに左向きに運動を始めたときの運動方程式を求めよ。

(2-2) c が問(1-2)の条件を満たすとき、 t を時間とおくと、次式は問(2-1)の運動方程式の解となることを示し、 α, β を m, k, c を用いて表せ。

$$x = \frac{F}{k} + \left(a_0 - \frac{F}{k}\right) e^{-\alpha t} \left(\cos \beta t + \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta t\right)$$

(2-3) 問(2-1)のとき、左向きの振れ幅（変位の絶対値 $|x|$ ）の極大値 a_1 を求めよ。

(2-4) 物体は問(2-3)の位置から右向きに運動を始めた。物体の右向きの振れ幅の極大値 a_2 を求めよ。

(2-5) 物体は左右へ運動しながら、しだいにその極大振れ幅を減じて最終的に停止する。右または左への振れ幅の極大値の一つを a_n とし、それに続く逆方向への運動の振れ幅の極大値を a_{n+1} とするとき、それらの関係を示せ。

(2-6) この運動の変位の時間変化を略図で示せ。ただし、縦軸を変位(x)、横軸を時間(t)とする。

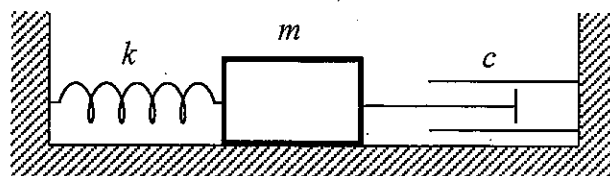


図 1

2. 図2に示すように、水平面となす角が θ_1 , θ_2 の2つの斜面をもつ台がある. その頂上の位置に、水平な回転軸をもち、滑らかに一体となって回る大小2つの滑車からなる組合せ滑車 (慣性モーメント I , 大滑車の半径 r_1 , 小滑車の半径 r_2) を取り付ける. 大小の滑車に細い糸を巻き、物体 A (質量 m_1) および 物体 B (質量 m_2) をそれぞれの糸の先端に固定した後、斜面と平行になるように糸を張って静置したところ、A が斜面を滑り降りた. このとき、以下の問いに答えよ. ただし、2つの斜面の動摩擦係数は μ' , 重力加速度は g とする. また、A, B は転がらずに運動し、空気の抵抗および糸の質量は無視できるものとする.

(1) A が斜面を滑り降りはじめたとき、以下の問いに答えよ.

(1-1) A および B にはたらく摩擦力をそれぞれ求めよ.

(1-2) A および B の加速度を α_1 , α_2 , それぞれに繋がる糸の張力を T_1 , T_2 , 組合せ滑車の角加速度を ω とするとき、A および B の運動方程式, および組合せ滑車の回転の運動方程式を記せ.

(1-3) A の加速度を求めよ.

(2) 2つの斜面の最大静摩擦係数はどちらも μ_0 とする. 静置後に A が斜面を滑り降りるための μ_0 の条件を求めよ.

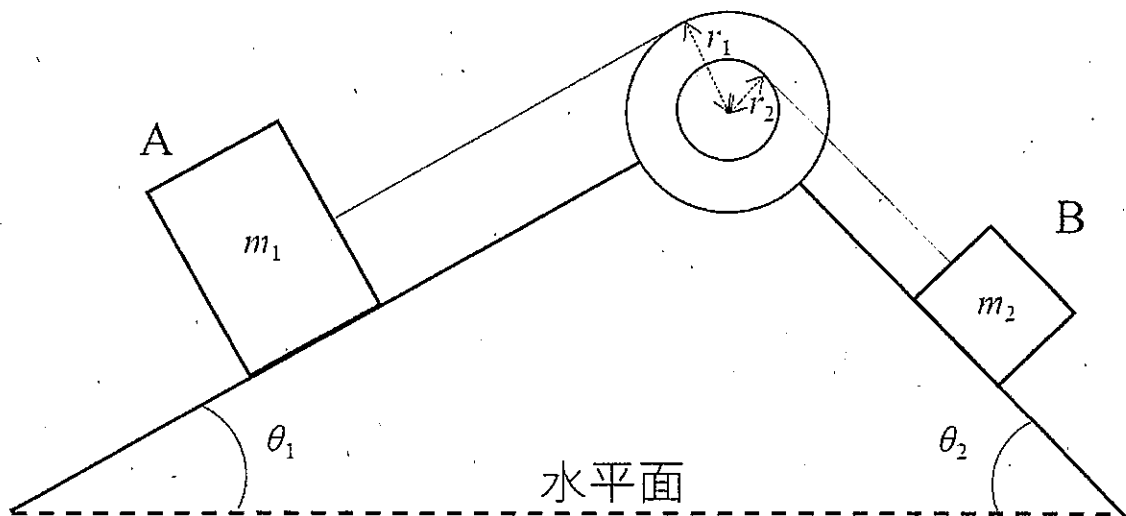


図2