

1. 以下の問いに答えよ.

- (1) 次の関数 f の 1 階偏導関数 $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ および 2 階偏導関数 $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ を求めよ.

$$f(x, y) = \log(x^2 + y^2)$$

- (2) 次の曲線 C の長さを求めよ. ここで, \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} は基本ベクトルである.

$$C: \vec{r}(t) = \frac{1}{2}t^2\vec{i} + \sqrt{2}t\vec{j} + \log t\vec{k} \quad (1 \leq t \leq e)$$

- (3) 次の極限值を求めよ.

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{2}{\sin^2 x}}$$

2. 次の常微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $y' = -\frac{x+y+1}{2x+2y+3}$

(2) $y' - \frac{1}{3x}y = -\frac{1}{3}y^4 \frac{\log x}{x} \quad (x > 0)$

(3) $y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \cos x$

3. 以下の問いに答えよ.

(1) 行列 A が次のように与えられている. A の逆行列を求めよ.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

(2) 行列 B が次のように与えられている.

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

(2-1) B の固有値および固有ベクトルを求めよ.

(2-2) B^n を求めよ.